Algebra abstrakcyjna 2

KARTA KURSU

Nazwa	Algebra abstrakcyjna 2
Nazwa w j. ang.	Abstract Algebra 2

Koordynator	Tomasz Szemberg	Zespół dydaktyczny
		Katedra Geometrii i Algebry
Punktacja ECTS*	4	

Opis kursu (cele kształcenia)

Zapoznanie słuchaczy z podstawami teorii pierścieni i ciał. Poszerzenie i usystematyzowanie wiedzy o tych strukturach algebraicznych, które studenci napotkali wcześniej w szkole i na studiach (np. pierścień liczb całkowitych, pierścienie wielomianów, ciała liczb). Prezentacja prostych i typowych zastosowań algebry abstrakcyjnej (np. w teorii liczb).

Warunki wstępne

Wiedza	Znajomość podstaw logiki, teorii mnogości, algebry liniowej oraz algebry abstrakcyjnej 1.
Umiejętności	Ilustrowanie abstrakcyjnych definicji przykładami, prowadzenie elementarnych rozumowań.
Kursy	Wstęp do logiki i teorii mnogości, Algebra liniowa 1, 2, Algebra abstrakcyjna 1

Efekty uczenia się

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Wiedza	W01 w zaawansowanym stopniu zna podstawowe twierdzenia z głównych działów matematyki i rozumie budowę teorii matematycznych	K_W01
	W02 rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń twierdzenia	K_W02
	W03 zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne, jak i rozumowania pozwalające obalić błędne hipotezy	K_W03
	W04 zna i rozumie pojęcie relacji, w tym pojęcia relacji równoważności i relacji porządkujących oraz ich zastosowania, zna pojęcie funkcji jako relacji i podstawowe własności funkcji, w tym własności obrazu i przeciwobrazu zbioru poprzez funkcję	K_W06
	W05 zna własności algebraiczne i porządkowe w zbiorze liczb rzeczywistych, zna definicje kresów zbioru oraz aksjomat ciągłości i podstawowe jego konsekwencje	K_W07
	W06 zna i rozumie definicje i podstawowe własności grup, pierścieni i ciał oraz zna przykłady ilustrujące konkretne pojęcia z tego zakresu, zna pojęcia podgrupy normalnej i ideału pierścienia, zna konstrukcje grupy ilorazowej i pierścienia ilorazowego oraz ich własności	K_W21
	W07 zna pojęcia homomorfizmu struktur algebraicznych (grup, pierścieni), jądra i obrazu homomorfizmu, rozumie znaczenie izomorfizmów	K_W22
	W08 zna podstawowe własności pierścienia wielomianów, w tym twierdzenia z teorii podzielności, zna metody wyznaczania największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności	K_W23

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Umiejętności	U01 potrafi posługiwać się językiem i twierdzeniami z głównych działów matematyki	K_U01
	U02 umie prowadzić dowody metodą indukcji matematycznej, potrafi definiować rekurencyjnie funkcje i relacje, potrafi definiować obiekty matematyczne drogą konstruowania struktur ilorazowych lub produktów kartezjańskich	K_U03
	U03 rozróżnia rodzaje nieskończoności i typy porządków w zbiorach, umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych	K_U04
	U04 dostrzega obecność struktur algebraicznych (grupy, pierścienia, ciała, przestrzeni liniowej) w różnych zagadnieniach matematycznych, potrafi posługiwać się pojęciami homomorfizmu, izomorfizmu i automorfizmu struktur algebraicznych	K_U15
	U05 potrafi korzystać z podstawowych twierdzeń teorii podzielności, w tym do wyznaczania pierwiastków wielomianów i badania ich nierozkładalności	K_U16
	U06 potrafi samodzielnie planować własne uczenie się i rozumie, że należy doskonalić tego typu umiejętności przez całe życie	K_U36

	Efekt uczenia się dla kursu	Odniesienie do efektów kierunkowych
Kompetencje społeczne	K01 zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie znaczenie wiedzy w rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych	K_K01
	K02 potrafi formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	K_K02

Organizacja							
Forma zajęć	Wykład (W)	Ćwiczenia w grupach					
		A	K	L	S	P	E
Liczba godzin	10	0	15	0	0	0	0

Opis metod prowadzenia zajęć

Kurs składa się z wykładu oraz towarzyszących mu ćwiczeń. Wykład ma charakter teoretyczny – prezentowane są definicje, twierdzenia i ich dowody, a także przykłady ilustrujące omawiane pojęcia. W ramach ćwiczeń studenci samodzielnie rozwiązują zadania rachunkowe i dowodowe, pogłębiając rozumienie materiału oraz rozwijając umiejętność samodzielnej pracy z pojęciami abstrakcyjnymi. Zajęcia sprzyjają aktywnemu uczestnictwu – przewidziana jest dyskusja nad rozwiązaniami i analizowanie trudności napotkanych w zadaniach.

Formy sprawdzania efektów uczenia się

	E – learning	Gry dydaktyczne	Ćwiczenia w szkole	Zajęcia terenowe	Praca laboratoryjna	Projekt indywidualny	Projekt grupowy	Udział w dyskusji	Referat	Praca pisemna (esej)	Egzamin ustny**	Egzamin pisemny**	Inne
W01						X	X	X				X	X
W02						X	X	X				X	X
W03						X	X	X				X	X
W04						X		X				X	X
W05						X		X				X	X
W06								X				X	X
W07								X				X	X
W08								X				X	X
U01						X	X	X				X	X
U02						X		X				X	X
U03						X		X				X	X
U04								X				X	X
U05								X				X	X
U06						X		X					X
K01						X		X					X
K02						X		X					X

** formy sprawdzania zostaną wybrane na początku semestru przez koordynatora i zespół dydaktyczny

Kryteria oceny	Ocena końcowa opiera się na ewaluacji bieżącej aktywności i ocen z ćwiczeń (rozwiązywanie zadań, testy/quizy online, praca domowa, udział w dyskusji). Wymagany jest projekt indywidualny lub grupowy.

Uwagi	

Treści merytoryczne (wykaz tematów)

1. Ciała i ich rozszerzenia: pojęcie ciała, przykłady, ciała skończone i nieskończone
2. Rozszerzenia algebraiczne i przestępne: elementy algebraiczne, stopień rozszerzenia
3. Rozszerzenia proste i wielomiany minimalne
4. Rozszerzenia pierwiastkowe i rozkładalność wielomianów
5. Ciało rozkładu wielomianu: istnienie i jednoznaczność z dokładnością do izomorfizmu
6. Rozszerzenia separowalne i nieseparowalne: pojęcie i przykłady
7. Rozszerzenia normalne: definicja i równoważne charakterystyki
8. Rozszerzenia separowalne i normalne – przykłady i własności
9. Wprowadzenie do teorii Galois: grupa automorfizmów ciała
10. Grupa Galois rozkładu wielomianu: działanie na pierwiastkach
11. Twierdzenie o Galois – wersja elementarna: korespondencja Galois
12. Zastosowania teorii Galois: nierozwiązywalność równania stopnia ≥ 5
13. Ciała skończone: struktura, konstrukcja, jednoznaczność
14. Twierdzenia o pierwiastkach i cykliczność grupy multiplikatywnej ciała skończonego
15. Konstrukcje geometryczne a algebra: np. niemożność podwojenia sześcianu i trysekcji kąta

Wykaz literatury podstawowej

T. Szemberg, Algebra Abstrakcyjna II, szkic skryptu, rok akademicki 2025/26.

J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2004.

K. Janusz, Algebra. Teoria i zastosowania, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2012.

Wykaz literatury uzupełniającej

J. Paul Garrett, Abstract Algebra (wersja PDF) – dobry materiał wprowadzający z przykładowymi dowodami, dostępny online

Bilans godzinowy zgodny z CNPS (Całkowity Nakład Pracy Studenta)

liczba godzin w kontakcie z prowadzącymi	Wykład	10
	Konwersatorium (ćwiczenia, laboratorium itd.)	15
	Pozostałe godziny kontaktu studenta z prowadzącym	5
liczba godzin pracy studenta bez kontaktu z prowadzącymi	Lektura w ramach przygotowania do zajęć	32
	Przygotowanie krótkiej pracy pisemnej lub referatu po zapoznaniu się z niezbędną literaturą przedmiotu	0
	Przygotowanie projektu lub prezentacji na podany temat (praca w grupie)	8
	Przygotowanie do egzaminu/zaliczenia	30
Ogółem bilans czasu pracy		100
Liczba punktów ECTS w zależności od przyjętego przelicznika		4